



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro Tecnológico de Joinville



Curso de Pré-Cálculo UFSC-Joinville

Inequações.

Definição: Uma inequação é uma expressão matemática que pode ser escrita na forma

$$\text{expressão matemática} < n,$$

onde $n \in \mathbb{R}$. Pode-se usar também $>$, \geq e \leq .

Propriedades: Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

i) $a < b$ e $b < c$ então $a < c$;

ii) $a < b$ e $c < d$ então $a + c < b + d$;

iii) $a < b$ então $a + c < b + c$;

iv) $a < b$ e $c > 0$ então $ac < bc$;

v) $a < b$ e $c < 0$ então $ac > bc$;

vi) $0 < a < b$ então $1/a > 1/b$.

Sejam $a \geq 0$ e x uma variável em \mathbb{R} ,

vii) $|x| < a$ se, e somente se

$$-a < x < a;$$

viii) $|x| > a$ se, e somente se

$$x > a \text{ ou } x < -a;$$

ix) $a \cdot b > 0$ se, e somente se

$$a > 0 \text{ e } b > 0 \text{ ou } a < 0 \text{ e } b < 0;$$

x) $a \cdot b < 0$ se, e somente se

$$a > 0 \text{ e } b < 0 \text{ ou } a < 0 \text{ e } b > 0.$$

Exemplos:

1) Resolva $3(x - 1) + 2 \geq 5x + 6$.

Solução:

$$\begin{aligned}
3(x - 1) + 2 &\geq 5x + 6 \\
3x - 3 + 2 &\geq 5x + 6 \\
3x - 5x &\geq 6 + 3 - 2 \\
-2x &\geq 7 \\
x &\leq -\frac{7}{2}
\end{aligned}$$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{7}{2}\} = (-\infty, -\frac{7}{2}]$. Representação gráfica?

2) Resolva $|2x - 1| < 5$.

Solução:

$$\begin{aligned}
|2x - 1| < 5 &\Leftrightarrow -5 < 2x - 1 < 5 \\
&\Leftrightarrow -4 < 2x < 6 \\
&\Leftrightarrow -2 < x < 3.
\end{aligned}$$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 3\} = (-2, 3)$. Representação gráfica?

3) Resolva $|\frac{3-2x}{2}| + 3 > 5$.

Solução:

$$\begin{aligned}
\left|\frac{3-2x}{2}\right| + 3 > 5 &\Leftrightarrow \left|\frac{3-2x}{2}\right| > 2 \\
&\Leftrightarrow \frac{3-2x}{2} > 2 \text{ ou } \frac{3-2x}{2} < -2 \\
&\Leftrightarrow 3-2x > 4 \text{ ou } 3-2x < -4 \\
&\Leftrightarrow -2x > 1 \text{ ou } -2x < -7 \\
&\Leftrightarrow x < -1/2 \text{ ou } x > 7/2.
\end{aligned}$$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} / x < -1/2 \text{ ou } x > 7/2\} = [-\infty, -1/2) \cup (7/2, +\infty)$. Representação gráfica?

4) Resolva $(x - 3)(x + 1) \geq 0$.

Solução: Existem duas formas de resolver.

Primeira maneira:

Intervalo	$x - 3$	$x + 1$	$(x - 3)(x + 1)$
$x \leq -1$	-	-	+
$-1 \leq x \leq 3$	-	+	-
$x \geq 3$	+	+	+

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -1 \text{ ou } x \geq 3\} = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$.**Segunda maneira:**

Caso 1: $x - 3 \geq 0$ e $x + 1 \geq 0$. Assim $x \geq 3$ e $x \geq -1$, portanto, a solução do caso 1: $x \geq 3$.

Caso 2: $x - 3 \leq 0$ e $x + 1 \leq 0$. Assim $x \leq 3$ e $x \leq -1$, logo, a solução do caso 2: $x \leq -1$.

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R}/x \leq -1 \text{ ou } x \geq 3\} = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$.

1 Exercícios

Resolva:

1. $9x^2 - x^2 \geq 0$.

2. $x^2 - 4 < 0$.

3. $x^2 - 8x + 16 \geq 0$

4. $21 + 4x - x^2 > 0$.

5. $4x + 7 \geq 3x + 8$.

6. $|2x - 1| \geq 2$.

7. $\left| \frac{x - 3}{2} \right| > 5$.

8. $3 - 2x \leq x + 1 \leq 2x - 6$.

9. $-2 \leq 3x + 4 \leq 8$.

10. $|2 - 3x| < 5$.

11. $\left| \frac{2x + 1}{x - 2} \right| \leq 8$.

12. $\left| \frac{1 - x}{1 + x} \right| \geq 1$.

13. $|x^2| \geq 2x$.

14. $|x^2 - 8| \geq 4$.

15. $|x^2 - x - 1| < 1$.

16. $\frac{1}{2}(x + 3) + 2(x - 4) < \frac{1}{3}(x - 3)$.

17. $-3 < \frac{2x + 5}{3} \leq 5$.

18. $7 - |x - 3| \geq 3$

19. $|x + 1| < |x + 3|$

20. $2x - 3 \geq |x - 4|$.

Bibliografia:

Demanda, F. D.; Waits, B. K.; Foley, G. D.; Kennedy, D. **Pré-Cálculo**. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2009. Cap. 5 e 6.

Guidorizzi, H. L. **Um curso de cálculo**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001. (vol.1)